

## Black Litterman ve Markowitz Ortalama Varyans Modelinin Beta Faktörü, Artık Dalgalanma Dereceleri ve Toplam Riskleri Yönünden Karşılaştırılması

Tuncer Çalışkan<sup>a</sup>

**Özet:** Bu çalışmanın amacı, Markowitz Ortalama-Varyans Modeli ve Black-Litterman Modeliyle oluşturulan portföyleri beta faktörleri, artık dalgalanma dereceleri ve toplam riskleri bakımından ölçmektir. Çalışmada 2003 – 2009 yılları arasında İMKB 30’da sürekli işlem gören toplam 17 şirkete ait pay senetlerinin günlük düzeltilmiş fiyatları kullanılarak bir veri seti elde edilmiştir. Markowitz Ortalama Varyans Modeli ve Black Litterman Modeli kullanılarak toplam 26 portföy oluşturularak her iki modelde oluşturulan portföyler riskleri açısından karşılaştırılmaktadır. Çalışmanın sonucunda Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörlerinin, artık dalgalanma derecelerinin ve toplam risklerinin daha düşük olduğu görülmektedir.

**Anahtar Sözcükler:** Black-Litterman Modeli, Markowitz Ortalama Varyans Modeli, Beta Faktörü, Artık Dalgalanma Derecesi, Toplam Risk

**JEL Sınıflandırması:** G11, G12

## Comparing Black Litterman Model and Markowitz Mean Variance Model with Beta Factor, Unsystematic Risk and Total Risk

**Abstract:** This study aims to compare Black Litterman Model and Markowitz Mean Variance Model with beta factor, unsystematic risk and total risk. The data set used in this study covers daily corrected prices of 17 firms’ listed on ISE for the period between 2003 and 2009. By using Markowitz Mean Variance Model and Black Litterman Model, totally 26 portfolios are formed. Portfolios formed with two model are compared with their risks. The results of the study illustrates that the portfolios formed with Black Litterman Model have lower beta factor, unsystematic risk and total risk.

**Keywords:** Black-Litterman Model, Markowitz Mean-Variance Model, Beta Factor, Unsystematic Risk, Total Risk

**JEL Classification:** G11, G12

### 1. Giriş

Yirminci yüzyılın son çeyreği, teknolojik ve finansal açıdan çok büyük değişikliklere sahne olmuştur. Bu değişim sürecinde, uluslararası ticaretin ve sermaye hareketlerinin serbestleşmesi, ticaret hacminin artması, hızlanması, yaygınlaşması ve yeni yatırım araçlarının devreye girmesi, yeni üretim teknikleri ve bilgi ekonomisinin avantajları ile büyüyen dünya ekonomisi, önemli bir değişime uğramıştır. Gelişen teknolojik yapı, yenilikleri beraberinde getirirken, birçok endüstriyi de peşinden sürüklemiştir. Bu değişimden etkilenen finans

<sup>a</sup> Assist. Prof., Balıkesir University, Faculty of Bandırma Economics and Administrative Sciences, Department of Business Administration, Balıkesir, Turkey, tuncercaliskan@gmail.com

dünyası, 1980'lerden sonra hızlı bir şekilde değişime maruz kalmıştır. Yaşanan değişimle birlikte ortaya çıkan yeni finansal ürünler, finans piyasalarını çok daha karmaşık bir yapı haline getirmiştir (Finansal Güç İçin: Finansal Yenilik, 2003: 1).

Teknolojik gelişmelerin son hızla devam ettiği günümüzde bilgi kaynaklarına ulaşım son derece kolaylaşmıştır. Küreselleşen dünyada yatırımcıların pay senetlerine yatırım kararı verirken birçok değişkeni göz önünde bulundurması birçok yatırımcının yaptıkları yatırımlardan farklı getiriler beklmelerine sebep olmaktadır.

Yatırımcılar, beklenen getirileri aynı düzeyde olan iki yatırımdan riski düşük olanı tercih ederler. Risk düzeyleri aynı olan yatırımlar arasında tercih edilecek yatırım aracı ise beklenen getirisi fazla olanıdır. Çünkü yatırıma karşılık elde edeceği faydayı en üst düzeye çıkarmak isteyen yatırımcı bu amacına ulaşabilmek için ya riskten kaçacak ve düşük kazançla yetinecek, ya da katlanmak zorunda kalacağı her ek riske karşı daha yüksek bir getiri elde etme beklentisi içinde olacaktır.

En iyi yatırım portföyüne sahip olmak için yatırımlar değerlendirilirken getiri kadar bu getirilerle ilgili olan riskin de incelenmesi gerekmektedir. Bu amaçla portföy seçimi çalışmaları Harry Markowitz'in "Portfolio Selection" başlıklı çalışmasına dayanmaktadır. Markowitz'in 1952 yılında ilk defa yayınlayıp daha sonra kitap haline getirdiği Ortalama - Varyans Optimizasyonu, modern portföy teorisi'nin başlangıcı olarak kabul edilir. Bu yöntem günümüzde de gelişen bilgisayar teknolojisi ve yeni teoriler sayesinde artan bir ivmeyle kullanılmaya devam edilmektedir.

Markowitz'in portföy seçimi modeli, geleneksel portföy modeline önemli katkıda bulunmuştur. Geleneksel portföy çeşitlendirmesine göre, portföyde çeşitlendirme yaparak, daha düşük riskli portföyler oluşturmak mümkündür. Markowitz, modern portföy teorisiyle, finansal varlıkların getirileri arasındaki ilişkilerin de dikkate alınması ve tam pozitif ilişki içinde bulunmayan varlıkların aynı portföyde birleştirilmesiyle beklenen getiriden feragat etmeksizin riskin azaltılabileceğini göstermiştir (Markowitz, 1952: 77-91).

Gelişen teknoloji ile birlikte yatırımcılar bilgisayar yazılımlarından faydalanarak yatırımlarını yönlendirmeye başlamışlardır. Ancak bu yazılımlar bir takım bilgisayar uygulamalarının ötesine geçememektedir. Bu yazılımlar, yatırımcı görüşlerini dikkate almamakta ve ortak yatırım kümesine sahip bütün yatırımcılar için aynı risk düzeyinde aynı beklenen getiriye sahip portföyleri oluşturmaktadır.

Ortak yatırım kümesine sahip yatırımcılar, yatırım kümesindeki her bir yatırım aracı için farklı görüşlere sahip olabilir. Bilgisayar uygulamaları bunu dikkate almadığından uygulamada beklenen getiri ile gerçekleşen getiri arasında sapma oluşmaktadır. Bu sapmayı fark eden Black ve Litterman kendi isimlerini taşıyan modeli 1991 yılında yazdıkları "Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies" isimli makale ile dünyaya duyurmuşlardır. Black ve Litterman, yatırımcı görüşlerini içeren portföylerin Markowitz Ortalama-Varyans Modeli'nden daha güçlü sonuçlar verdiği tespit etmişlerdir (Black ve Litterman, 1991).

Çalışmanın bundan sonraki aşamasında Markowitz Ortalama Varyans Modeli ve Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföyler artık dalgalanma dereceleri, beta faktörleri ve toplam riskleri bakımından karşılaştırılmaya çalışılacaktır.

## 2. Literatür Taraması

Black ve Litterman kendi isimlerini verdikleri Black-Litterman Modeli ile ilgili ilk makalelerini 1991 yılında Goldman Sachs'da yayınlamışlardır. "Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies" adını taşıyan makalenin ardından modeli daha anlaşılır olarak ortaya koyabilmek için 1992 yılında "Global Portfolio Optimization" adını taşıyan ikinci bir makale yayınlamışlardır. Black ve Litterman'ın (1992) model ile ilgili ikinci makalesi, temel varsayımlar eşliğinde çeşitli sonuçlar ve sonuçları oluşturmak için gerekli olan girdilerin birçoğunu sunmaktadır. Bu çalışmada yatırımcı görüşleri ile piyasa verilerinin nasıl bir bütün haline getirileceği konusu açıklık kazanmaktadır ancak sonsal varyansa ilişkin herhangi bir denklem sunmamaktadırlar.

Satchell ve Scowcroft, Wai Lee, Idzorek, ve diğer bazı akademisyenler Black-Litterman modelini daha anlaşılır hale getirmek için çeşitli çalışmalar yapmışlardır. Ancak bu akademisyenlerinde modelde kullanılacak belirsizlik düzeyi ve sonsal varyansa ilgili olarak tam bir fikir birliğine varamadığı görülmektedir.

He ve Litterman (1999), Black-Litterman modeline ilişkin net ve örnek alınabilir bir değerlendirme sunmaktadır. Bu çalışmada He ve Litterman'ın sonsal varyansı güncellenmiş varyans olarak ifade ettiği görülmektedir. Çalışmanın önemli bir diğer noktada enformasyon oranı yada görüşlerin ağırlığı değerini sıfır olarak kabul etmesidir. Ayrıca bu oranı belirsizlik düzeyini belirlerken de kullandığı görülmektedir. Buna göre çalışmada belirsizlik düzeyi sıfır olmaktadır. He ve Litterman'ın kaynak verileri kullanılarak çalışmalarında ifade ettikleri varsayımlarını kullanarak elde ettikleri sonuçların çoğaltılabilir olduğu görülmektedir.

Idzorek (2004), çalışmasında görüşlerin ağırlığını sıfır olarak kabul etmektedir. Ayrıca belirsizlik düzeyini yüzdesel bir oranla belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Sonuçları çoğaltma sürecinde, Idzorek sonsal varyans olarak önsel varyansı kullanmaktadır.

Bevan ve Winkelmann (1998), sonuca ulaşmak için kullanılacak yöntem hakkında yüzeysel bilgiler vermektedirler. Çalışmada ne modeli oluşturmak ne de değerlendirdikleri sonuçları çoğaltmak için gerekli olan detaylar sunulmamaktadır. Bevan ve Winkelmann, model üzerinde yaptıkları bazı ayarlamalarla birlikte, Goldman Sachs'ta yürüttükleri daha kapsamlı varlık dağıtım sürecinin bir parçası olarak Black-Litterman'ı nasıl kullandıklarına dair ayrıntılar sunmaktadır.

Satchell ve Scowcroft (2000), Black-Litterman modelinin ayrıntılarını tam olarak ortaya koyduklarını iddia etmektedirler. Ancak sonuçlarının çoğaltılması için yeterli ayrıntıları sunmamaktadırlar. Satchell ve Scowcroft'ın çalışmasında  $t$  parametresine diğer akademisyenlere göre çok farklı baktıkları görülmektedir.  $t$  parametresinin 1 olarak alınması gerektiğini savunmaktadırlar. Ayrıca belirsizlik düzeyi ile ilgili herhangi bir açıklama bulunmamaktadır. Satchell ve Scowcroft, Black-Litterman'ın "ana denklemine" yönelik ayrıntılı bir açıklama yapmaktadır.

Christadoulakis ve Cass (2002), Bayesyen model ile ilgili bazı ayrıntılar ve modelle ilgili varsayımları sunmakta ve sonsal getirilere yönelik ana denklemleri ortaya koymaktadır.

Da ve Jagnannathan (2005), oluşturdukları excel tablosuna ilişkin bazı değerlendirmeler sunmakta ve basit bir örnekle bunu açıklamaktadır.

Herold (2003), black litterman modeline alternatif bir yaklaşım getirmekte ve bu yaklaşımda alfa üretiminin optimize edilmesini incelemektedir. Herold özellikle örnek dağılımının sıfır ortalamaya sahip olduğunu belirtmektedir. Herold çalışmasında ortaya koyduğu görüşlerin makul olduğunu doğrulamak için kullanılabilir bazı ek ölçütler sunmaktadır.

Koch'un çalışması (2004), Black-Litterman modeli ile ilgili bir powerpoint sunumudur. Modelin "ana denklemi" ile ilgili çıkarımlara ve %100 kesinlik durumunda alternatif bir sürümüne yer vermektedir. Sonsal varyanstan bahsetmemekte veya belirsizlik durumunda "ana denklemin" alternatif sürümüne dair herhangi bir sunum yapmamaktadır.

Krishnan ve Mains (2005), Black-Litterman modeline, piyasa ile korelasyonu olmayan ek bir faktör ilave etmektedir. Modelin bu halini "İki Faktörlü Black-Litterman modeli" olarak adlandırmakta ve Black-Litterman modelinin bir resesyon faktörü ile genişletilmesine yönelik bir örnek sunmaktadır.

Mankert (2006), model ile ilgili somut ve olumlu bir değerlendirme yapmakta ve tahmini varlık getirilerine yönelik olarak örnekleme teorisi görüngesiyle t değeri için bazı yeni değerlendirmeler sunmaktadır.

Meucci (2006), Black-Litterman modeli içerisinde normal olmayan görüşlerin kullanılmasına yönelik bir yöntem sunmaktadır. Web sitesinde makalesiyle birlikte sunduğu örnek için MATLAB kodu bulunmaktadır.

### 3. Araştırmanın Yöntemi

Bu uygulamada, Black Litterman Modeli ve Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile portföyler oluşturulacaktır. Portföylerin oluşturulması aşağıdaki aşamaları içermektedir (Çalışkan, 2010: 112-148):

- İşletme değerinin belirlenmesi için dolaşımda olan ve olmayan tüm pay senetleri ile pay senedinin kapanış fiyatının çarpılması.
- Benchmark portföy ağırlıklarının saptanabilmesi için portföye dâhil olan pay senetlerinin işletme büyüklüklerinin toplam işletme değerine oranlanması.
- Pay senetlerinin günlük logaritmik getirilerinin hesaplanması.
- Getirilerin ortalama getiriden sapmasının hesaplanması.
- Hazine Müsteşarlığı iç borç istatistiklerinden iskontolu ihale tablolarından elde edilen 180 gün vadeli bonoların bileşik faizlerinden günlük faizin hesaplanması. Uygulamada bu oran risksiz faiz oranı olarak kullanılmaktadır.
- İMKB tüm endeksinin uygulamaya konu olan dönemlerdeki getirilerinin hesaplanması. Uygulamada bu oran benchmark portföyün beklenen getirisi olarak kullanılmaktadır.
- Varyans-kovaryans matrisinin oluşturulması.
- Markowitz portföy ağırlıklarının bulunması.

- Beklenen getirilerin Benchmark Portföyü beklenen getirisine eşitlenmesi. Literatürde eşitlenme yerine normalleştirme kavramı da kullanılmaktadır.
- Black Litterman portföy ağırlıklarının belirlenmesi.
- Pay senetlerinin korelasyonlarının saptanması.
- Black Litterman Modelinde yatırımcı görüşlerini yansıtacak çözücünün oluşturulması.
- Benchmark Portföyü, Markowitz Portföyü ve Black Litterman Portföyü'nün aynı beklenen getiriye sahip olduğunun test edilmesi.
- Benchmark getirisi ile pay senetleri getirilerinin birlikte hareket etme eğiliminin göstergesi olan kovaryans katsayısının belirlenmesi.
- Benchmark portföy varyansının saptanması.
- Pay senetlerinin beta faktörlerinin bulunması.
- Portföylerin beta faktörlerinin saptanması.
- Portföylerin volatilitésinin belirlenmesi.
- Portföylerin artık dalgalanma derecelerinin bulunması.

Hedeflenen beklenen getiri düzeyindeki en küçük varyanslı portföyü bulmak için modelde kullanılan amaç fonksiyonu Denklem 1 ile gösterilmektedir.

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

Kısıtlar;

$$\sum_{i,b=1}^N X_i \mu_i + X_b \mu_b = R \quad (2)$$

$$\sum_{i,b=1}^N (X_i) + X_b = 1 \quad (3)$$

$$X_i \geq 0, i = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$X_b \leq 0, b = -\infty, \dots, 0 \quad (5)$$

Burada,

$N$  : Mevcut varlık sayısını,

$\mu_i$  :  $i$  pay senedinin beklenen getirisini,

$\sigma_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  pay senetleri arasındaki kovaryans değerini ( $i=1,\dots,N$ ) ( $j=1,\dots,N$ ),  
 $i=j$  için  $i$  pay senedinin varyans değerini,

$R$  : Hedeflenen beklenen getiri düzeyini,

$X_i$  :  $i$  pay senedinin portföy içindeki oranı ( $i=1,\dots,N$ ),

$X_b$  : Açığa satılan  $b$  pay senedinin portföy içindeki oranını göstermektedir.

Denklem 1’de minimize edilmek istenen portföyün varyansı (riski), Denklem 2’de portföyün beklenen getirisi ve Denklem 3’de pay senetleri oranlarının toplamı hesaplanmaktadır.

#### 4. Verilerinin Toplanması ve Veri Aralığının Seçimi

Uygulamada kullanılan veri seti 02/01/2003 - 30/06/2009 tarihleri arasında İMKB 30 endeksinde aralıksız işlem gören pay senetlerinin fiyatlarını kapsamaktadır. Pay senedine ait günlük düzeltilmiş kapanış fiyatları Datastream 5.0 veri portföyünden alınmıştır. Yukarıda belirtilen tarih aralığında İMKB 30’da aralıksız işlem gören pay senetleri 17 adet olup bunlar sırasıyla; Akbank, Arçelik, Aygaz, Doğan Holding, Doğan Yayın Holding, Ereğli Demir Çelik, Garanti Bankası, İş Bankası, Koç Holding, Migros, Pektim, Sabancı Holding, Türk Hava Yolları, Tüpraş, Tofaş Oto Fabrikaları, Turkcell İletişim Hizmetleri ve Yapı Kredi Bankası’dır.

Risksiz faiz oranı 180 gün vadeli bonoların bileşik faiz oranları kullanılarak hesaplanmıştır. Uygulamada kullanılan veriler T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı’nın internet sitesinde istatistikler başlığı altında yer alan iskontolu ihale tablolarından elde edilmiştir.

Benchmark portföyün beklenen getirisinin belirlenmesinde, İMKB Tüm endeksinin getirisi kullanılmıştır. Uygulamaya konu olan dönemde, İMKB Tüm endeksinin getiri oranı benchmark portföyünün getiri oranı olarak kabul edilmektedir.

#### 5. Araştırmanın Hipotezleri

Uygulamada altı aylık günlük veriler kullanılarak Black Litterman Modeli’yle oluşturulan portföyler Markowitz Ortalama Varyans Modeli’yle oluşturulan portföylerle beta faktörleri, artık dalgalanma dereceleri ve toplam riskleri yönünden karşılaştırılacaktır. Michaud (1988), Markowitz Ortalama Varyans Modeli’nin normalden daha yüksek beklenen getirili portföyler oluşturduğunu ispat etmiştir (Michaud, a.g.e., ss.31-42). Bu çalışma, hedeflenen beklenen getiri düzeyindeki en düşük varyanslı portföyü saptamayı amaçlamaktadır. Bu amaçla oluşturulan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_{0,1}$ : Black Litterman Modeli’yle oluşturulan portföylerin beta faktörleri, Markowitz Ortalama Varyans Modeli’yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.

$H_{1,1}$ : Black Litterman Modeli’yle oluşturulan portföylerin beta faktörleri, Markowitz Ortalama Varyans Modeli’yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.

$H_{0,2}$ : Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin artık dalgalanma dereceleri, Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür

$H_{1,2}$ : Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin artık dalgalanma dereceleri, Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşük değildir.

$H_{0,3}$ : Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam riski, Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.

$H_{1,3}$ : Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam riski, Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşük değildir.

## 6. Beta Faktörü, Artık Dalgalanma Derecesi ve Toplam Risklerin Tespit Edilmesi

Benchmark portföyünün varyansı benchmark portföy ağırlık matrisinin önce varyans-kovaryans matrisiyle daha sonra kendisinin tersiyle çarpılması sonucunda bulunmaktadır. Benchmark getirilerinin yıllık volatilitelerini bulmak için ise, önce Benchmark portföyünün varyansının karekökü alınır ve benchmark portföyünün standart sapması bulunur. Uygulamada kullanılan veriler günlük veri olduğu için benchmark portföyünün standart sapması ilgili yıldaki gün sayısının karekökü ile çarpılarak benchmark portföyünün yıllık volatilitesine ulaşılmaktadır. Örnekte 2003 yılı ilk altı aylık benchmark portföyünün varyansının 0,0009231 olduğu görülmektedir. Varyansın karekökü Benchmark portföyünün standart sapmasıdır. Bulunan standart sapma ilgili dönemde iş günü sayısı 249 olduğu için  $\sqrt{249}$  ile çarpıldığında benchmark portföyünün yıllık volatilitesi 0,4794 yani %47,94 olarak bulunmuştur. 2003 yılında 249 olan işgünü sayısı 2004 yılında 250 gün, 2005 yılında 253 gün, 2006 yılında 250 gün, 2007 yılında 251 gün, 2008 ve 2009 yılında 250 gün olarak gerçekleşmiştir. Markowitz Ortalama Varyans Modeli ve Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin volatilitelerinin belirlenmesinde de aynı yöntem uygulanmıştır.

Uygulamada ihtiyaç duyulan bir diğer veri de beta faktörüdür. Pay senetlerinin beta faktörü Denklem 6 yardımıyla bulunmuştur;

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,m}}{\sigma_m^2} \quad (6)$$

Beta faktörü portföylerin toplam riskinin ölçülmesinde de kullanılmaktadır. Portföy kapsamındaki her bir pay senedinin betası portföy içindeki ağırlıklarıyla çarpılarak elde edilen sonuçlar toplandığında portföyün betası elde edilir. Portföyün beta faktörüne ulaşmak için Denklem 7 kullanılmıştır:

$$\beta_{PF} = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i \quad (7)$$

Tablo 1'de 2003 yılı ilk altı aylık dönemde uygulamaya konu olan iki modelle oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinin hesaplanması görülmektedir.

**Tablo 1.** Black Litterman ve Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile Oluşturulan Portföylerin Beta Faktörlerinin Bulunması

BETA	2003-1	MV PORT. AĞIR.	MV BETA	BL PORT. AĞIR.	BL BETA
AKBNK	1,0642	16,519	17,579	0,142	0,151
ARCLK	1,0805	-2,186	-2,362	0,127	0,137
AYGAZ	0,6506	8,234	5,357	0,268	0,174
DOHOL	1,2090	-19,117	-23,112	-0,300	-0,363
DYHOL	1,0116	-2,471	-2,500	0,130	0,131
EREGL	0,9374	10,515	9,857	0,025	0,024
GARAN	1,0836	-5,620	-6,090	-0,446	-0,483
ISCTR	1,2079	-3,646	-4,404	0,167	0,201
KCHOL	0,9337	-27,797	-25,954	-0,066	-0,061
MIGRS	0,6893	1,337	0,921	0,283	0,195
PETKM	1,0730	1,197	1,285	0,278	0,299
SAHOL	0,8814	-9,892	-8,718	-0,021	-0,018
THY	0,9405	0,628	0,590	0,042	0,039
TUPRS	1,0396	24,689	25,667	0,012	0,013
TOASO	0,9105	17,223	15,682	0,066	0,060
YKBNK	0,8873	-8,579	-7,613	0,184	0,163
TCELL	1,0702	-0,034	-0,037	0,104	0,111
		TOPLAM	-3,851	TOPLAM	0,777

Artık dalgalanma derecesi, pay senedi yatırımlarının toplam riski içinde sistematik olmayan bölümünü ölçmektedir. Artık dalgalanma derecesi Denklem 8 ile hesaplanmıştır (Fettahoğlu, 2003: 85).

$$\sigma_{i,u} = \sqrt{\sigma_i^2 - \sigma_m^2 \beta_i^2} \quad (8)$$

Burada;

$\sigma_{i,u}$  : Pay senedinin artık dalgalanma derecesini,

$\sigma_i^2$  : Pay senedinin yıllık volatilitesi,

$\sigma_m^2$  : İMKB 30 endeksinin yıllık volatilitesi,

$\beta_i^2$  : Pay senedinin yıllık beta faktörünü temsil etmektedir.

Artık dalgalanma derecesi ve beta faktörünün toplamı toplam riski oluşturmaktadır. Tablo 2'de 2003-2009 yılları arasında oluşturulan portföylere ait hesaplamalar bulunmaktadır.



**Tablo 2.** 2003-2009 Yılları Arasında Markowitz, Black Litterman ve Benchmark Portföylerinin Beta Faktörleri, Artık Dalgalanma Dereceleri ve Toplam Riskleri

SONUÇLAR	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
BM BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02843	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
MV BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02843	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
BL BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02843	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
RFO YIL	0,57100	0,45950	0,27740	0,26620	0,18400	0,16180	0,14730	0,22610	0,20400	0,17240	0,16290	0,19070	0,16180
RFO GÜN	0,00124	0,00104	0,00067	0,00065	0,00048	0,00041	0,00038	0,00056	0,00051	0,00044	0,00041	0,00048	0,00041
BM VAR	0,00092	0,00316	0,00054	0,00028	0,00034	0,00026	0,00057	0,00056	0,00027	0,00052	0,00056	0,00121	0,00050
MV VAR	0,02465	0,00020	0,00057	0,00362	0,02963	0,00104	0,00130	0,00281	0,00879	0,02135	0,00086	0,00138	0,00111
BL VAR	0,00073	0,00075	0,00032	0,00018	0,00026	0,00022	0,00037	0,00043	0,00018	0,00030	0,00026	0,08117	0,00033
BM BETA	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
MV BETA	-3,85100	0,07041	0,23664	0,69045	1,98098	0,66456	0,30845	1,04303	0,53014	-1,42031	0,44527	0,08498	0,16819
BL BETA	0,77790	0,40939	0,67914	0,63617	0,75962	0,77433	0,68246	0,74957	0,62529	0,66323	0,55394	-0,01205	0,62512
BM SS GÜN	0,03038	0,05621	0,02324	0,01673	0,01856	0,01616	0,02384	0,02373	0,01656	0,02271	0,02361	0,03478	0,02233
MV SS GÜN	0,15700	0,01425	0,02386	0,06017	0,17213	0,03219	0,03604	0,05301	0,09374	0,14611	0,02931	0,03717	0,03330
BL SS GÜN	0,02701	0,02741	0,01784	0,01345	0,01627	0,01477	0,01925	0,02083	0,01334	0,01729	0,01597	0,28491	0,01828
BM VOL YIL	0,47943	0,88701	0,36746	0,26458	0,29514	0,25707	0,37693	0,37520	0,26234	0,35981	0,37323	0,54998	0,35454
MV VOL YIL	2,47747	0,22483	0,37723	0,95131	2,73795	0,51204	0,56985	0,83821	1,48511	2,31481	0,46336	0,58766	0,52858
BL VOL YIL	0,42629	0,43258	0,28213	0,21260	0,25873	0,23501	0,30438	0,32936	0,21137	0,27400	0,25249	4,50478	0,29012
MV AR. D. D.	1,65200	0,21598	0,36707	0,93361	2,67480	0,48270	0,55786	0,74125	1,47858	2,25769	0,43253	0,58580	0,52520
BL AR. D. D.	0,20647	0,23506	0,13161	0,12989	0,12915	0,12493	0,16272	0,17141	0,13330	0,13463	0,14493	4,50477	0,18721
MV TOP. RİSK	-2,19900	0,28639	0,60371	1,62406	4,65578	1,14725	0,86631	1,78428	2,00872	0,83738	0,87780	0,67079	0,69339
BL TOP. RİSK	0,98437	0,64446	0,81075	0,76605	0,88877	0,89926	0,84518	0,92098	0,75859	0,79786	0,69887	4,49272	0,81233

## 7. Araştırma Hipotezlerinin Testi

Hipotezlerin test edilmesinde öncelikle veriler arasında farklılık olup olmadığını F testi ile, Black Litterman Modeli'nin daha düşük beta faktörü, artık dalgalanma derecesi ve toplam riske sahip olup olmadığı da t testi ile test edilmiştir. Her iki test %1 anlamlılık seviyesinde incelenmiş ve F testinde Tek Yönlü Sınıflama Ölçütü, t-Testi'nde ise Eşlenik-Çift Örnekler Hali Yöntemi kullanılmıştır.

F testi için aşağıdaki denklemler serisi kullanılmıştır (Kartal, 1998:52):

$$S_1^2 = \frac{n \sum (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2}{k-1} \quad (9)$$

$$S_2^2 = \frac{\sum \sum (X_{i,j} - X_j)^2}{k(n-1)} \quad (10)$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (11)$$

k : Sütun sayısı

n : Satır sayısı

t- testi için Denklem 13 kullanılmıştır. Bunun için öncelikle farklara ait standart sapma hesaplanmıştır:

$$\hat{s}_D = \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n-1}} \quad (12)$$

$$t = \frac{\bar{D}}{\hat{s}_D / \sqrt{n}} \quad (13)$$

Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörleri Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörlerinden daha düşüktür. Bu hipotezi test etmeden önce veriler arasında farklılık olup olmadığının belirlenmesi gerekmektedir. Bu farklılık F testi ile ortaya konmaktadır. Beta Faktörleri açısından bakıldığında F testi sonucu 0,203 rakamına ulaşılmıştır. F testi sol kuyruk sınıflama ölçütünde 0,01 anlamlılık düzeyinde kabul sınırı -4,26'dır.  $-4,26 \leq 0,203$  olduğundan bu iki veri arasında bir farklılık olmadığı söylenebilir.

Farklılığın olmadığı belirlenmesinden sonra Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörlerinin Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörlerinden düşük olup olmadığını söyleyebilmek için t-Testi ile 0,01 anlamlılık düzeyinde test edilmiştir.

t-testi analiz sonucu 1,35 oranına ulaşılmıştır. t-testi 0,01 anlamlılık düzeyinde tablo değeri 2,68'dir.  $1,35 \leq 2,68$  olduğundan  $H_{0,1}$  hipotezi kabul edilmektedir

Artık dalgalanma derecesi için ölçülen F değeri 7,67 olup tablo değeri olan -4,26'dan büyük olduğu saptanmıştır Bu da iki veri arasında bir farklılık olduğunu göstermektedir. Artık dalgalanma derecesi için yapılan t-testi sonucu -1,16 olarak hesaplanmıştır. t-testi tablo değeri 2,68'dir.  $-1,16 \leq 2,68$  olduğundan dolayı  $H_{0,2}$  hipotezi kabul edilmektedir. Bu Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin artık dalgalanma derecelerinin Markowitz portföylerinden daha düşük olduğunu göstermektedir.

$H_{0,3}$  ve  $H_{1,3}$  hipotezleri toplam riskin test edilmesini içermektedir. Toplam risk için F değeri 0,034 olarak hesaplanmıştır. F'nin 0,01 anlamlılık düzeyindeki tablo değeri - 4,26'dır.  $-4,26 \leq 0,034$  olduğundan F testi sonucuna göre iki veri arasında bir farklılık olmadığı söylenebilir. t-testi sonucunda toplam risk için ulaşılan değer 0,068'dir. t-testi tablo değeri 0,01 anlamlılık düzeyinde 2,68'dir.  $0,068 \leq 2,681$  olduğundan dolayı  $H_{0,3}$  hipotezi kabul edilmektedir. Bu da Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin toplam riskinin Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerden daha küçük olduğu anlamına gelmektedir.

Tablo 3'de %1 anlamlılık düzeyinde hipotezlerin t-testi ile test edilmesine ilişkin sonuçlar yer almaktadır.

**Tablo 3.** Hipotezlerin Testine İlişkin t-Testi Sonuçları (%99 Güven Aralığına Göre)

Hipotezler	t Testi % 1 anlamlılık düzeyinde	KABUL / RED
<b>H0,1:</b> Black Litterman Modeli'yle Oluşturulan portföylerin Beta katsayıları Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür.	$1,35 \leq 2,68$	H0,1 hipotezi kabul edilmiştir.
<b>H0,2:</b> Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin artık dalgalanma dereceleri Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür	$- 1,16 \leq 2,68$	H0,2 hipotezi kabul edilmiştir.
<b>H0,3:</b> Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam risklerinin Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür.	$0,068 \leq 2,68$	H0,3 hipotezi kabul edilmiştir.

## 8. Sonuç

Bu çalışmanın amacı İMKB 30 Endeksi içerisinde 2003-2009 Haziran dönemi içinde sürekli kalan işletmelerden Black Litterman Modeli ve Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile hedeflenen beklenen getiri düzeyinde oluşturulacak portföylerin belirli risk ölçütleri ile karşılaştırılmasıdır.

Oluşturulan portföyler riskleri açısından karşılaştırıldığında Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin karşılaştırılan 13 dönemde de Markowitz Ortalama Varyans Modelinden daha iyi sonuçlar verdiği tespit edilmiştir. Uygulamaya konu olan 13 dönem içerisinde Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin beta faktörlerinin daha düşük olduğu  $H_{0,1}$  hipotezinin kabul edilmesiyle anlaşılmaktadır. Artık dalgalanma dereceleri açısından incelendiğinde uygulamaya konu olan 13 dönemin 11'inde Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin artık dalgalanma derecesinin Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden düşük olduğu görülmektedir. Toplam risk açısından incelendiğinde ise, uygulamaya konu olan 13 dönemin 9'unda Black Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam risklerinin Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden düşük olduğu tespit edilmiştir.

Uygulama oluşturulan hipotezler açısından incelendiğinde oluşturulan hipotezlerin kabul edildiği görülmektedir. Hipotezler Markowitz Ortalama Varyans Modeli'yle Black Litterman Modeli'ni beta faktörleri, artık dalgalanma derecesi ve toplam risk açısından test etmek üzere kurulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre; Markowitz Ortalama Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin artık dalgalanma derecelerinin ve toplam risklerinin Black Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerden daha yüksek olduğu görülmektedir.

## Kaynaklar

Bewan, Andrew, & Winkelmann, K., Editor: Ronald A. Krieger, Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience, Fixed Income Research, Goldman Sachs & Co, June,1998.

Black Fischer, & Litterman R. Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies, Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Co. 1991.

- BLACK Fischer, & Litterman R. Global Portfolio Optimization, Financial Analysts Journal, September-October, 1992. <http://phys.columbia.edu/~oleg/economics/BlackLittermanOrig.pdf>
- Çalışkan, Tuncer, Black Litterman Modeliyle Portföy Optimizasyonu: İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Markowitz Ortalama Varyans Modeliyle Karşılaştırmalı Portföy Optimizasyonu Uygulaması, Kocaeli Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, 2010.
- Christodoulakis, George A., & Cass, J. C. Bayesian Optimal Portfolio Selection: the B-L Approach, Notes for Quantitative Asset Pricing MSc Mathematical Trading and Finance, 2002. [http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/bayes\\_0008.pdf](http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/bayes_0008.pdf)
- Da, Zhi & Jagnannathan R. "Teaching Note On Black Litterman Model", 2005, ss. 1-16. [www.nd.edu/~zda/Teaching\\_Note\\_Black-Litterman.pdf](http://www.nd.edu/~zda/Teaching_Note_Black-Litterman.pdf)
- Fettahoğlu, Abdurrahman, (2003). Menkul Değer Yönetimi, İstanbul: Rengin, 1.Baskı,
- Finansal Güç İçin: Finansal Yenilik, Active Academy Araştırma Merkezi, 2003. [http://www.makalem.com/Search/ArticleDetails.asp?nARTICLE\\_id=2711](http://www.makalem.com/Search/ArticleDetails.asp?nARTICLE_id=2711)
- He, Guangliang, & Litterman, R. The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, Technical report, Goldman Sachs Investment Management Series, Fixed Income Research, December 1999.
- Herold, Ulf, Portfolio Construction With Qualitative Forecast, The Journal of Portfolio Management 30, no. 1, 2003. <http://www.ijournals.com/JPM/default.asp?Page=2&ISS=8280&SID=319920>
- IDZOREK Tom, Allocation Advisor and The Black-Litterman Model, Zephyr Associates, Inc. 2004 [www.styleadvisor.com/resources/conference/2004/AllocationADVISOR%202004.pdf](http://www.styleadvisor.com/resources/conference/2004/AllocationADVISOR%202004.pdf)
- KARTAL, Mahmut, (1998). Bilimsel Araştırmalarda Hipotez Testleri Parametrik ve Nonparametrik Teknikler, 2. Baskı, Erzurum: Şafak Yayınevi,
- Koch, Werner, Consistent Return Estimates In The Asset Allocation Process: The Black-Litterman Approach, 2004. <http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/blach-litterman.pdf>.
- Krishnan, Hari & Mains N. The Two Factor Black Litterman Model, Risk Magazines, Vol: 18, Numb:7, 2005. [http://www.risk.net/public/showPage.html?validate=0&page=risknet\\_login2\\_tech&url=%2Fpublic%2FshowPage.html%3Fpage%3D286204](http://www.risk.net/public/showPage.html?validate=0&page=risknet_login2_tech&url=%2Fpublic%2FshowPage.html%3Fpage%3D286204)
- Lee, Wai, (2000). Advanced Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation, John Wiley & Sons, New York,
- Mankert, Charlotta, The Black Litterman Model – Mathematical and Behavioral Finance Approaches Towards its Use in Practice, 2006. Licentiate Thesis. <http://www.diva-portal.org/kth/theses/abstract.xsql?dbid=3997>
- MARKOWITZ, Harry Max, Portfolio Selection, The Journal of Finance, Blackwell Publishing, Vol:7, No:1, Mar., 1952, ss. 77-91. <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1>
- Meucci, Attilio, Risk and Asset Allocation, Lehman Brothers Inc., 2006. Springer Finance., <http://www.symmys.com/AttilioMeucci/Book/Downloads/Downloads>

MICHAUD, Richard O, The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?, Financial Analyst Journal, vol. 45, no. 1 (January/February), 1988, ss. 31-42. <http://www.newfrontieradvisors.com/about/research/Articles/documents/markowitz-optimization-enigma-010189.pdf>

Satchell, Stephel, & Scowcroft, A. A Demystification of the Black Litterman model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction, Journal of Asset Management 1(2), 2000.

**This Page Intentionally Left Blank**