Business and Economics Research Journal
Volume 2 Number 3 2011
pp. 1-17
ISSN: 1309-2448
www.berjournal.com

RMD Hesaplamalarında Volatilite Tahminleme Modellerinin Karşılaştırılması ve Basel II Yaklaşımına Göre Geriye Dönük Test Edilmesi: İMKB 100 Endeksi Uygulaması

Turhan Korkmaz[a] Ahmet Bostancı[b]

Özet: *İstatistikî modeller ile Riske Maruz Değerin (RMD) belirlenebilmesi için öncelikle volatilitenin hesaplanması gerekmektedir. RMD'nin ölçülmesinde farklı volatilite hesaplama yöntemleri bulunmaktadır. Klasik volatilite hesaplama yöntemleri finansal fiyat serilerinde gözlemlenen belirgin özellikleri (stylized facts) modellemede yetersiz kalmaktadır. Bu çalışmada, farklı volatilite hesaplama yöntemleri tanıtılarak aralarındaki farklar belirtilmektedir. Ampirik uygulamada İMKB 100 Endeksinin 14,5 yıl boyunca günlük kapanış değerleri farklı volatilite modellerinin hesaplanmasında kullanılmıştır. Bulunan volatilite rakamları, RMD hesaplamasında kullanılmış ve sonuçlar Basel II çerçevesinde geriye dönük test (backtesting) edilmiştir. Bütün hesaplamalarda kayan pencere (rolling window) yöntemi kullanarak her gün için parametreler tek tek güncellenmiştir. Volatilite hesaplanmasında, özellikle finansal fiyat serilerinin belirgin özelliklerini modelleme başarısının saptanması için dört farklı dönem belirlenip modellerin başarıları tespit edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, finansal fiyat serilerindeki volatilite kümelenmesi, değişen varyans, kaldıraç (leverage) etkisi, sivrilik (peakedness), EWMA ve GARCH gibi gelişmiş modeller tarafından çok daha iyi modellenebilmektedir.*

Anahtat Kelimeler: Volatilite, Basel II, Geriye Dönük Test, Riske Maruz Değer

JEL Sınıflandırması: C13, C52, G17

The Comparison of Volatility Forecasting Models in VaR Calculations and Backtesting according to Basel II: An Application on ISE 100 Index

Abstract: *For determining the Value-at-Risk number with statistical models volatility must be the primary calculation. There are different volatility estimation methods on VaR calculation. The traditional volatility estimation methods are inadequate for modeling "stylized facts" which are often observed on the financial price series. In this study, different volatility models are introduced and the differences are illustrated among each other. In the empirical application 14.5 years of daily closing values of ISE 100 Index are being used for estimating the different volatility models. Estimated volatility numbers are being used for calculating the VaR numbers and the results are tested by backtesting method based on Basel II. Among all calculations "Rolling window" method is used for updating parameters daily; specifically to determine the success of modeling special characteristics of financial price series and four different time periods are being used. According to the findings obtained, volatility clustering on financial price series, changing variance, leverage effect, peakedness is preferable to be modeled by advanced models such as EWMA and GARCH*

Keywords: Volatility, Basel II, Backtesting, Value-at-Risk

JEL Classification: C13, C52, G17

[a] Prof. Dr., Zonguldak Karaelmas University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Zonguldak/Turkiye, korktur@gmail.com
[b] Lecturer, Zonguldak Karaelmas University, Zonguldak Vocational School, Zonguldak/Turkiye, bostanciahmet@gmail.com

1. Giriş

Finansal piyasaların sürekli gelişen yapısı riskin algılanmasını ve yönetilmesini çok karmaşık hale getirmiştir. Özellikle Bretton Woods sisteminin çökmesi ve son 20 yılda gerçekleşen büyük finansal iflaslar riskin ölçülmesi konusundaki gerekliliği gözler önüne sermiştir. Buna bağlı olarak riskin ölçülmesi ve sayısal olarak ifade edilmesi zorunlu hale gelmiştir. Riske Maruz Değer (Value at Risk) bu arayışların önemli yapı taşlarından olmuştur. Katlanılan riski, tek bir sayı ile ifade eden bu yöntem, finansal piyasalarda işlem yapan finans şirketleri ve denetim-gözetim kurumları tarafından benimsenmiştir. İstatistiki bir temele dayanan bu yöntemde, katlanılan ve tek bir sayı ile ifade edilen risk, belirlenmiş bir zaman aralığı ve belirlenmiş bir olasılıkla gerçekleşebilecek kaybın, hesaplanan değeri aşmayacağını ifade etmektedir.

Burada iki temel unsur bulunmaktadır. Bu unsurlardan ilki, hesaplanan Riske Maruz Değer (RMD)'in belli bir olasılık içermesidir. Genellikle %95 veya %99 olasılıkla yapılan RMD hesaplamalarında, oluşabilecek kayıp, hesaplanan RMD'yi belirlenen olasılıkla aşmayacağını ifade etmektedir. Bu durumda 100 RMD hesaplamasında, % 95 güven seviyesi için 5 kez ve %99 güven seviyesi için 1 kez kaybın RMD'yi aşması beklenmektedir. İkinci temel unsur ise, hesaplanan RMD'nin belirlenmiş bir zaman aralığı için geçerli bir risk ölçümü olduğudur. Eğer finansal varlıklar, hesaplamalarda belirlenmiş süreden uzun tutulursa, oluşabilecek kaybın hesaplanan RMD'yi aşması söz konusu olabilmektedir.

RMD ilk olarak 1994'te J.P. Morgan tarafından tanıtılmıştır. RiskMetrics olarak piyasaya sürülen RMD hesaplama modeli hızlı bir şekilde piyasa standardı haline gelmiştir. Zamanla farklı RMD hesaplama yöntemleri geliştirilmiştir. Özellikle türev ürünlerin karmaşık yapısını modellemede yaşanan sıkıntılar, RiskMetrics tarafından tatmin edici bir şekilde çözülememiştir. Zaman içerisinde geliştirilen yöntemler birbirlerine karşı üstünlük sağlayamamıştır. Her yöntemin farklı giriş parametrelerine ihtiyaç duyması, farklı varsayımlara dayanması ve farklı hesaplama yoğunluğu gerektirmesi, duruma göre farklı yöntemlerin tercih edilmesine yol açmaktadır. İstatistikî bir yöntem olan RMD hesaplamalarında, herhangi bir yöntemle hesaplanan RMD, başka bir yöntemle hesaplanan RMD'ye eşit olmamaktadır. Bu durum, RMD hesaplamalarının hangi varlık kompozisyonu için yapılacaksa o kompozisyon için uygun bir yöntemin kullanılmasını gerektirebilmektedir.

Kullanılan yöntemin başarısını sınamak için geriye dönük test (backtesting) uygulaması yapılabilmektedir. Geriye dönük test uygulamasında gerçekleşen bir kayıp varsa, hesaplanan RMD ile karşılaştırılmakta ve kayıp RMD'den büyük ise bir sapma kaydedilmektedir. Böylece farklı RMD modellerinin sapma sayılarına göre yöntemlerin uygunluğu veya başarısı tespit edilebilmektedir.

Basel Komitesi (Bank for International Settlements), RMD modellerinin başarısının tespiti için 252 günlük geriye dönük test dönemini önermektedir. Buna bağlı olarak 4 sapmaya kadar "yeşil", 5 - 9 arası sapmalar için "sarı", 10 ve daha fazla sapmalar için "kırmızı" bölge tanımını getirmektedir. "Yeşil" bölgede kalan modeller başarılı olarak kabul edilmektedir. "Sarı" bölge ise modellerin başarısı hakkında soru işaretleri oluşturmakta fakat kesin bir yargıya yer vermemektedir. "Kırmızı" bölgedeki modeller kesin başarısız olarak kabul edilmekte ve bir sorunun varlığına işaret etmektedir (BIS, 1996).

Parametrik modeller ile RMD'nin hesaplanmasında, volatilitenin ölçülmesi temel başlangıç noktasını oluşturmaktadır. Volatilite, bir risk faktörünün beklenen değerden ne kadar saptığını gösteren bir parametredir. Genelde bu sapmanın zaman boyunca sabit olduğu varsayılmakla birlikte bu durum gerçeği yansıtmamaktadır. Özellikle olumlu veya olumsuz haberlerin piyasaya gelmesiyle volatilite değişmektedir. İyi haberler sonucu gerçekleşen yüksek getirileri, genelde yine yüksek getiriler takip eder. Tersi durumda kötü haber sonucu gerçekleşen büyük kayıpları, genelde yine büyük kayıplar izler. Bu oynaklık, getirilerin dalgalanması olarak ifade edilmekte ve getirilerinin volatilitesinin değişken olduğu anlamına gelmektedir. Standart sapmanın veya varyansın değişken olması, değişen varyansın da RMD hesaplamalarına dahil edilmesini gerektirmektedir.

Varyansın zamana göre değişkenliğini modellemek için farklı yaklaşımlar mevcuttur. Bu yaklaşımlara basit hareketli ortalama, ağırlıklı hareketli ortalama, üssel düzleştirme ve üssel ağırlıklandırılmış hareketli ortalama örnek olarak verilebilir. Daha gelişmiş modeller olarak ise zaman serisi analizine dayanan ve varyansın sabit kalmadığını kabul eden diğer bir ifadeyle değişen varyansı da hesaba katan ekonometrik modeller geliştirilmiştir. Engle (1982) tarafından geliştirilen ARCH ve Bollerslev (1986) tarafından Genelleştirilen ARCH (GARCH) yöntemlerinin özellikle fiyat serilerinin oynaklığını modellemede çok başarılı olduğu bilinmektedir.

Bu çalışmada, öncelikle finansal fiyat serilerinin özelliklerinden bahsedilecek ve bu özelliklerinden kaynaklanan modelleme sıkıntılarına değinilecektir. Daha sonra yukarıda sayılan yöntemler tanıtılacak ve farkları üzerinde durulacaktır. Bir sonraki aşamada ise belirtilen yöntemler kullanarak BASEL II kriterlerine uygun bir şekilde (% 99 güven seviyesi ve 252 günlük gözlem dönemi için) RMD hesaplamalarında bulunulacak ve sonuçlar her yöntem için geriye dönük test edilecektir. Böylece yöntemlerin başarısı karşılaştırılacak ve kullanım açısından bir öneride bulunulacaktır.

2. Finansal Fiyat Serilerinin Özellikleri

Finansal fiyat serileri, ekonomik zaman serilerinden farklılıklar göstermektedir. "Stylized facts" (belirgin özellikler), özel durum ve olaylardan bağımsız olarak, finansal fiyat serilerinde genel olarak gözlemlenebilen özellikleri ifade etmektedir. Stylized facts'lerin oluşması doğal bir sürece bağlı değildir. Fakat belirgin bir şekilde sıkça rastlanabiliyor olmasına rağmen, durumdan duruma farklılık gösterebilmektedir (Schmid ve Trede, 2006).

2.1. Stokastik Trend ve Durağanlık

Analiz edilen finansal fiyat serilerinde genel olarak trend gözlemlenmektedir. Bu trend bazen deterministik (beklenen değerlerden kaynaklanabilir), bazen de stokastik (otokovaryans fonksiyonunun zamana bağlı olması gibi) olabilmektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2005). Stokastik bir trende sahip bir zaman serisi fark durağan bir süreç izler ve fark alarak durağan hale getirilmektedir (Enders, 1995). Zaman serilerinde trendin bulunması, istatistiksel bağımlılık ilişkisi analizlerinde sahte regresyon ilişkisine yol açabilmekte ve olmayan ilişkileri var gibi gösterebilmektedir. Bu durumdan dolayı finansal zaman serileri fiyat seviyesi olarak değil de getiri serisi olarak hesaplamalarda kullanılmaktadır (Jacobi,2005).

2.2. Volatilite Kümelenmesi (Volatility Clustering)

Mandelbrot (1963) ve Fama (1965) finansal fiyat serilerinin getirilerindeki büyük değişmelerin, yine büyük değişmeler tarafından takip edildiğini, küçük fiyat değişimlerin de yine küçük fiyat değişimleri tarafından takip edildiğini tespit etmişlerdir.

Başka bir ifadeyle, yüksek volatilite seviyeleri ile düşük volatilite seviyeleri düzensiz bir şekilde yer değiştirmekte ve bu olgu volatilite kümelenmesi olarak adlandırılmaktadır. Volatilite kümelenmeleri koşullu heteroscedasticity'ye (conditional heteroscedasticity) işaret etmekte ve bu durum zamana göre bağımsız ve özdeş dağılmış (normal ve bağımsız dağılmış) getiriler varsayımıyla bağdaşmamaktadır. Ayrıca finansal fiyat serilerinin günlük getirilerinin lineer bağımlılıkları (otokorelasyonları) önemsenmeyecek kadar küçük olmasına rağmen, mutlak getiriler veya getirilerin kareleri ise otokorelasyon sergilemektedir. Bu durum fiyat seviyesi yerine varyansın yani volatilitenin öngörülmesinin daha sağlıklı olduğuna dair bir ipucu vermektedir (Schmid ve Trede, 2006).

2.3. Sivri (Leptocurtic) Dağılım

Finansal fiyat serilerinin getiri dağılımları incelenip normal dağılımla karşılaştırıldığında, getiri serilerinin dağılımının genelde tamamen simetrik olmadığı görülmektedir. Fazla asimetrik olmayan dağılımda çoğu zaman yüksek kayıpların, yüksek kazançlardan daha çok gerçekleştiği görülmektedir. Ayrıca normal dağılıma göre kuyruklar ve ortalama etrafında yoğunlaşmalar görülmektedir. Diğer bir ifadeyle yüksek kayıplar ve yüksek kazançlar normal dağılıma göre daha fazla gerçekleşmektedir. Aynı şekilde çok küçük getiri değişimleri de normal dağılımına göre daha çok gerçekleşmektedir. Bu durumda kalın kuyruklardan (heavy tails veya fat tails) ve sivrilik'ten (peakedness) bahsedilmektedir (Schmid ve Trede, 2006).

2.4. Kaldıraç (Leverage) Etkisi

Yüksek kayıplardan sonraki volatilite artışının, yüksek kazançlardan sonraki volatilite artışından daha fazla olması durumu, kaldıraç etkisi olarak adlandırılmaktadır (Jacobi,2005). Daha önce değinildiği gibi finansal fiyat serilerinin getirilerinde otokorelasyona az rastlanmasına karşın, mutlak getiriler veya getiri kareleri otokorelasyon sergilemektedir. Ayrıca varyans ve getiriler arasında negatif korelasyona rastlanılması kaldıraç etkisine işaret etmektedir (Christoffersen, 2003).

3. Volatilite Hesaplama Yöntemleri

Literatürde volatilite standart sapma ile eş anlamlı olarak kullanılmasına rağmen bunun sadece kısmen doğru olduğu söylenebilir. Ayrıca volatilitenin tek bir tanımı olduğu da söylenemez. Volatilite bazen standart sapma veya varyans, bazen de bunların zamanının kareköküyle ilişkilendirilmiş bir şekilde ifade edilmektedir.

Volatilite aslında normlandırılmış bir ölçüttür. Volatilite, sürekli getirilerin standart sapmasıyla hesaplanmaktadır. Farklı volatilite değerleri arasında karşılaştırma yapabilmek için standart sapma bir yıla normlandırılmaktadır. Bunun için günlük standart sapmanın bir yıldaki iş günü[1] sayısının kareköküyle çarpılması gerekmektedir.

[1] *Yıllık olarak 365 gün yerine daha az olan (≈252) iş günü kullanılmasının sebebi, ampirik çalışmalar sonucu olarak, getirilerin oluşma sürecinin, yılın işgünleri ile ilişkili bir süreç takip ettiğinin saptanmasıdır (Bkz. Hull, 2006:354-355). Literatürde yıllık iş günü olarak 240 ile 260 arasında değerlere rastlanmaktadır. Bu çalışmanın devamında yılda 252 ve ayda 21 iş günü varsayılacaktır.*

Buna göre volatilite[2] (Andres, 1998):

$$\sigma_{Yıllık} = \sigma_{Günlük} \times \sqrt{252} \quad (1)$$

olarak hesaplanmaktadır.

3.1. Rastsal Yürüyüş

Rastsal yürüyüş (random walk) ile değişen finansal fiyat serileri stokastik bir süreç olarak algılanabilir. Finansal fiyat serilerinin Markov özelliği taşıyan özel bir stokastik süreci izlediği düşünülmektedir. Markov sürecinde gelecekteki değer için geçmişteki değerlerin hiçbir etkisi olmadığı ve sadece mevcut değer ile gelecekteki değer için bir öngörüde bulunabileceği varsayılmaktadır. Burada mevcut değerin nasıl ve hangi şekilde oluştuğunun hiçbir önemi bulunmamaktadır (Hull, 2006).

Bu durumda rastsal yürüyüş varsayımı altında finansal fiyat serilerinin getirilerinin volatilitesi aşağıdaki şekilde tahmin edilmektedir (Poon ve Granger, 2003):

$$\hat{\sigma}_t = \sigma_{t-1} \quad (2)$$

Burada $\hat{\sigma}_t$ tahmin edilecek standart sapmayı ve σ_{t-1} bir önceki dönemdeki tarihi standart sapma değerini vermektedir. Bu durumda tahmin edilen volatilite bir önceki dönemde gerçekleşmiş volatilite ile eşit olmaktadır.

3.2. Tarihi Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

Tarihi ortalama (historical average) ile öngörülen volatilite, geçmiş dönemdeki gözlemlenmiş volatilitelerin ortalaması ile hesaplanmaktadır (Poon ve Granger, 2003):

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \ldots + \sigma_1}{t-1} \quad (3)$$

Burada rastsal yürüyüş modelinden farklı olarak t gözlem sayısını ifade etmekte ve sadece bir önceki dönemde gerçekleşmiş volatilite yerine, tüm geçmiş dönemlerin standart sapmalarının ortalaması, volatilitenin tahmincisi olmaktadır.

Volatilite hesaplamalarında gözlem döneminin tümünü değil sadece belli bir dönemin ortalamasının alınması ve bu gözlem döneminin veya bu gözlem penceresinin her hesaplamada bir gün kaymasıyla, basit hareketli ortalama hesaplanmış olur.

3.3. Basit Hareketli Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

Basit hareketli ortalama (simple moving average) ile hesaplanan volatilite için belli bir gözlem dönemi seçilmekte ve bu dönem için bir ortalama değer hesaplanmaktadır. Basit hareketli ortalamada standart sapma aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanmaktadır (Poon ve Granger, 2003):

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \ldots + \sigma_{t-\tau}}{\tau} \quad (4)$$

[2] *Çalışmada standart sapmanın tahmincisi ($\hat{\sigma}$) ile gözlem dönemi için hesaplanan standart sapma (σ) arasında her yerde belirgin ayırım yapılmayacaktır. Geçmiş verilerle hesaplanan standart sapmalar, parametre olarak, gelecekteki standart sapmanın tahmin edilmesinde kullanılacaktır.*

Denklemde tarihi ortalama modelinden farklı olarak τ gözlem dönemini ifade etmektedir. Böylece tüm geçmiş dönemlerin standart sapmalarının ortalaması yerine, sadece beli bir dönemin standart sapmalarının ortalaması, volatilitenin tahmincisi olmaktadır.

3.4. Ağırlıklı Hareketli Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

Ağırlıklı hareketli ortalama (weighted moving average) ile standart sapma hesaplamak için geçmiş dönemlere azalan ağırlık verilmekte ve buna göre bir ortalama hesaplanmaktadır. Böylece geçmiş dönemlerin standart sapması ağırlıklı hareketli ortalamaya daha az etki etmektedir. Ağırlıklı hareketli ortalama ile standart sapmayı hesaplamak için aşağıdaki denklemden faydalanılmaktadır (Gökgöz, 2006):

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\tau \times \sigma_{t-1} + (\tau - 1) \times \sigma_{t-2} + \ldots\ldots + 1 \times \sigma_{t-\tau}}{(\tau + (\tau - 1) + \ldots\ldots + 1)} \tag{5}$$

Görüldüğü gibi, ağırlıklı hareketli ortalama hesaplamasından farklı olarak yakın geçmişteki standart sapmalara daha çok, uzak geçmişteki standart sapmalara daha az ağırlık verilmektedir. Bunun sonucunda, yakın geçmişteki standart sapmaların, daha uzak geçmişteki standart sapmalarına göre nispeten yüksek olması durumunda, ağırlıklı hareketi ortalama ile hesaplanan standart sapma, basit hareketli ortalama ile hesaplanan standart sapmadan daha yüksek bir volatilite tahmininde bulunmaktadır.

Tersi durumda, başka bir ifadeyle yakın geçmişteki standart sapmaların daha uzak geçmişteki standart sapmalara göre nispeten düşük olması durumunda, ağırlıklı hareketli ortalama ile hesaplanan standart sapma, basit hareketli ortalama ile hesaplanan standart sapmadan daha düşük bir volatilite tahmininde bulunmaktadır.

3.5. Üssel Düzleştirme ile Volatilitenin Hesaplanması

Üssel düzleştirilme (Exponential Smoothing) ile hesaplanan standart sapma yönteminde, ağırlıklı hareketli ortalama yöntemindeki gibi geçmiş dönemlere azalan ağırlık verilmekte ve buna göre bir ortalama hesaplanmaktadır. Aralarındaki fark ise ağırlıklandırma şeklinden kaynaklanmaktadır. Daha önce doğrusal bir ağırlıklandırma söz konusu iken bu yöntemde üssel bir ağırlıklandırma kullanılmış ve böylece doğrusal olmayan bir ağırlıklandırma gerçekleştirilmiştir.

Üssel düzleştirme ile hesaplanan standart sapma aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanmaktadır (Poon ve Granger, 2003):

$$\hat{\sigma}_t = (1 - \lambda)\sigma_{t-1} + \lambda \hat{\sigma}_{t-1}; \quad 0 \le \lambda \le 1 \tag{6}$$

Burada λ ağırlıklandırma veya farklı bir ifadeyle azalma faktörünü (decay factor) ifade etmektedir.

Örneğin (t-1) dönemdeki standart sapma $\hat{\sigma}_{t-1}$=0,20 olarak tahmin edildiği varsayılırsa ve σ_{t-1}'in gerçekleşmesi için aşağıdaki üç farklı senaryoyu değerlendirilirse;

1. σ_{t-1}=0,15 olarak gerçekleştiyse,
2. σ_{t-1}=0,20 olarak gerçekleştiyse,
3. σ_{t-1}=0,25 olarak gerçekleştiyse,

$\hat{\sigma}_t$ yukarıdaki üç farklı senaryo ve farklı λ için tahmin edilecek standart sapmalar Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1: Üç Farklı Senaryo ve Farklı λ için Sonuçlar

λ	σ_{t-1} =0,15	σ_{t-1} =0,20	σ_{t-1} =0,25
0	0,1500	0,2000	0,2500
0,25	0,1625	0,2000	0,2375
0,50	0,1750	0,2000	0,2250
0,75	0,1875	0,2000	0,2125
0,90	0,1950	0,2000	0,2050
0,94	0,1970	0,2000	0,2030
0,97	0,1985	0,2000	0,2015
1	0,2000	0,2000	0,2000

$\hat{\sigma}_t$ üssel düzleştirme ile tahmin edilirken, önceki dönemde tahmin edilen $\hat{\sigma}_{t-1}$ yerine daha düşük bir standart sapma (σ_{t-1}) gerçekleştiğinde, λ arttıkça $\hat{\sigma}_t$ de artmaktadır. Bu durumda $\hat{\sigma}_t$'nin alabileceği değerler $\sigma_{t-1} \leq \hat{\sigma}_t \leq \hat{\sigma}_{t-1}$ aralığında yer almaktadır. Tersi durumda $\hat{\sigma}_{t-1}$ yerine daha yüksek bir standart sapma (σ_{t-1}) gerçekleştiğinde, λ arttıkça $\hat{\sigma}_t$ azalmakta ve alabileceği değerler $\hat{\sigma}_{t-1} \leq \hat{\sigma}_t \leq \sigma_{t-1}$ aralığında olmaktadır. Bir önceki dönemde tahmin edilen $\hat{\sigma}_{t-1}$ gerçekleşen σ_{t-1} ile aynıysa, tahmin edilen $\hat{\sigma}_t$ her λ için de değişmemekte ve $\hat{\sigma}_{t-1}$ veya σ_{t-1} ile aynı olmaktadır.

Üssel düzleştirme ile hesaplanan volatilitenin formülünde standart sapmanın yerine varyans yazılırsa ve ardışık yerine koyma işlemi uygulanırsa;

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)\sigma_{t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)\sigma_{t-1}^2 + \lambda\left[\lambda\hat{\sigma}_{t-2}^2 + (1-\lambda)\sigma_{t-2}^2\right]$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)\times\left(\sigma_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-2}^2\right) + \lambda^2\hat{\sigma}_{t-2}^2$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)\times\left(\sigma_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-2}^2 + \sigma_{t-3}^2\right) + \lambda^3\hat{\sigma}_{t-3}^2$$

$$\Rightarrow\Rightarrow \hat{\sigma}_t^2 = (1-\lambda)\times\sum_{i=1}^{j}\lambda^{i-1}\sigma_{t-i}^2 + \lambda^j\hat{\sigma}_{t-j}^2$$

$$\Rightarrow\Rightarrow \hat{\sigma}_t^2 \cong (1-\lambda)\times\sum_{i=1}^{j}\lambda^{i-1}\sigma_{t-i}^2 \quad (7)$$

olur.

Burada $\lambda^j \times \hat{\sigma}_{t-j}^2$ büyük j'ler için çok küçük bir değer alacağından ihmal edilebilir. Bu durumda σ_{t-i}^2'lerin ağırlıklandırması $(1-\lambda)\times\lambda^{i-1}$ olup her σ_{t-i}^2 ağırlığı bir öncekinin λ katı kadar olmaktadır (Hull, 2006).

3.6. Üssel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

EWMA (exponential weighted moving average) olarak bilinen bu yöntemde geçmiş gözlemler üssel olarak ağırlıklandırılmakta ve böylece yakın geçmişteki gözlemlere daha çok ağırlık, uzak geçmişteki gözlemlere ise daha az ağırlık verilmektedir. EWMA yöntemi ile standart sapmanın hesaplanması aşağıdaki denklemlerden faydalanılarak yapılmaktadır (Hull, 2006):

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \lambda^i \sigma_{t-i}}{\sum_{i=1}^{\tau} \lambda^i} \tag{8}$$

Burada, λ hem yakın geçmişteki gözlemlerin ağırlıklandırma derecesini, hem de volatilitenin büyük bir oynaklıktan sonra ne kadar hızlı bir şekilde düşük seviyeye döneceğini ifade etmektedir. Düşük bir ağırlıklandırma faktörü yakın geçmişteki gözlemlere daha çok ağırlık vermekte ve büyük bir hareketten sonra volatilitenin eski seviyesine dönmesini hızlandırmaktadır. τ ise volatilite hesaplamasında kullanılacak gözlem dönemini ifade etmektedir. Teorik olarak sonsuz alınabilen gözlem dönemi, üssel ağırlıklandırmada hızlıca sıfıra düşmektedir. Uygulamada örneğin $\lambda = 0{,}94$ için 50 ve $\lambda = 0{,}97$ için 100 günlük gözlem dönemi iyi sonuçlar vermektedir (Best, 1999). RiskMetrics %1 hata payı ile $\lambda = 0{,}94$ için 74 ve $\lambda = 0{,}97$ için 151 gün önermektedir. Burada ifade edilen gözlem sayılarından daha uzun geçmişte kalan gözlemler, hesaplamalara pek fazla etki etmemektedir (RiskMetrics, 1996).

EWMA'dan farklı olarak RiskMetrics, hesaplamalarda bazı sadeleştirmeleri uygulamaktadır. İlk olarak daha önce gösterildiği gibi $\lambda^j \times \hat{\sigma}^2_{t-j}$ terimi göz ardı edilip $\sum_{i=1}^{\tau} \lambda^i \cong \frac{1}{(1-\lambda)}$ olarak alınmaktadır. Ayrıca finansal fiyat serilerinin ortalama getirisi sıfır olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda,

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\left(\lambda \hat{\sigma}^2_{t-1} + (1-\lambda) X^2_{t-1}\right)} \tag{9}$$

formülü elde edilmektedir.

Burada X^2_{t-1} bir önceki günün getirisinin karesini ifade etmekte ve ortalama sıfır olarak kabul edildiğinden varyans olarak kullanılmaktadır. Bu durumda volatilite hesaplamaları için sadece bir başlangıç varyansına ve bir önceki günün getirisine ihtiyaç duyulmaktadır. İlk hesaplamadan sonraki gün için yapılacak volatilite tahmini için bir gün önce tahmin edilen varyans ile bir önceki günün getirisinin karesi kullanılmaktadır.

3.7. GARCH ile Volatilitenin Hesaplanması

Yukarıda tanıtılan yöntemler koşullu değişen varyansı modellemektedirler. Bunu yaparken koşulsuz varyans tamamen göz ardı edilmektedir. Hem koşullu hem de koşulsuz varyansı modele dahil eden ARCH yöntemlerinden olan GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) modeli EWMA modeline çok benzemektedir. GARCH modelinin uzun dönem ortalama varyansı da hesaba katması iki yöntem arasındaki farkı oluşturmaktadır. GARCH(p,q) aşağıdaki formüldeki gibi hesaplanmaktadır (Bollerslev, Engle ve McFadden, 1994):

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\left(\omega + \sum_{j=1,p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1,q} \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2\right)} \quad (10)$$

Genel GARCH(p,q) formülü p=1 ve q=1 için aşağıdaki formüle dönüşmektedir:

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\left(\omega + \beta \hat{\sigma}_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2\right)}; \quad (11)$$

ve $\varepsilon_{t-1}^2 = X_{t-1}^2$ olduğundan,

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\left(\omega + \beta \hat{\sigma}_{t-1}^2 + \alpha X_{t-1}^2\right)} \quad (12)$$

olmaktadır (Hull, 2006).

Görüldüğü gibi GARCH(1,1) modeli RiskMetrics'i andırmaktadır. Aralarındaki fark ise ω olmaktadır. Bu sabit, uzun vadeli ortalama varyansı (veya koşulsuz varyansı) da hesaba katmaktadır. Eğer ω=0, $\beta = \lambda$ ve $\alpha = (1-\lambda)$ olarak düşünülürse, EWMA (RiskMetrics) modeli elde edilir. GARCH(1,1) modelinde kullanılan ω, β ve α parametrelerinin tahmini için Maximum-Liklihood[3] yöntemi kullanılmaktadır.

4. Veri ve Metodoloji

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde, yukarıda tanıtılan modeller kullanılarak volatilite tahminlerinde bulunulacak ve elde edilen RMD sonuçları geriye dönük test edilecektir. Çalışmada İMKB 100 endeksinin 14,5 yıl boyunca günlük kapanış fiyatları kullanılmıştır. Tanıtılan 7 model için farklı özellikleri barındıran gözlem dönemleri kullanılarak volatilite tahmininde bulunulacak ve tahminler geriye dönük test edilerek modellerin performansları saptanacaktır.

4.1. Veriler

Çalışma için İMKB 100 endeksinin 03.01.1996-01.07.2009 tarihleri arası günlük kapanış değerleri Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası'nın resmi internet sitesinden (www.tcmb.gov.tr) indirilmiştir. Toplam olarak 3343 kapanış değeri elde edilmiştir. Günlük sürekli getiriler *ln* (P_t - P_{t-1}) formülünden faydalanarak hesaplanmış ve toplam 3342 getiri değeri elde edilmiştir.

Yıllar itibariyle verilerin açıklayıcı istatistikleri Tablo 2'de verilmiştir. Görüldüğü gibi İMKB 100 endeksinin sürekli getirilerinin dağılımı, daha önce de ifade edildiği gibi "stylized facts" özelliklerini sergilemektedir. Örneğin getirilerin dağılımı sivrilik (leptocurtic dağılım) sergilemektedir (Basıklık ≥3). Bu durum dağılımının kuyruklarının da kalın olduğu konusunda ipuçları vermektedir. Ayrıca görüldüğü gibi İMKB 100 endeksinin getirilerinin ortalaması yıllar itibariyle 0,0075 değerini hiç aşmamıştır.

Bu durumdan dolayı çalışmada, RiskMetrics'in de önerdiği gibi, getirilerinin ortalama değeri 0 olarak varsayılmıştır. Dikkat edilmesi gereken tek nokta gözlem döneminde de ortalaması 0'a yakın olmasıdır

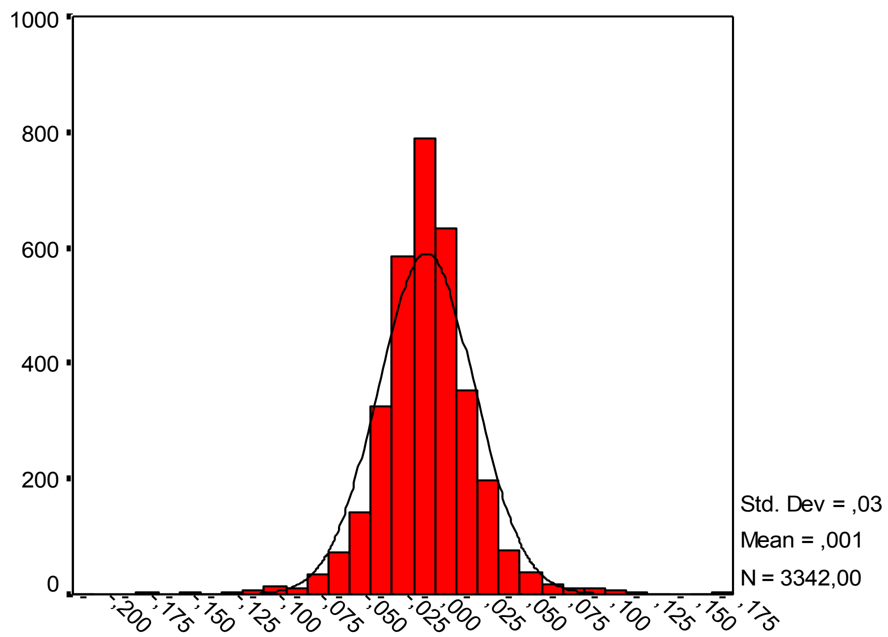
[3] *Yıllık Parametrelerin tahmini için bakınız (Hull, 2006:562-566).*

Tablo 2: İMKB100 Getirilerin Açıklayıcı İstatistikleri

Yıl	İşgünü	Ortalama	Standart Sapma	Çarpıklık	Basıklık
1996	246	0,0038	2,064%	0,608	4,565
1997	252	0,0050	3,004%	-0,306	6,048
1998	248	-0,0011	4,065%	-0,246	5,183
1999	236	0,0075	3,365%	0,121	4,200
2000	246	-0,0019	3,785%	0,895	6,802
2001	248	0,0015	3,925%	-0,529	6,551
2002	252	-0,0011	2,762%	0,585	4,618
2003	246	0,0024	2,564%	-0,512	9,275
2004	249	0,0012	1,774%	-0,086	3,198
2005	244	0,0019	1,573%	-0,442	3,229
2006	248	-0,0001	1,860%	-0,497	4,806
2007	251	0,0014	1,786%	-0,110	4,401
2008	251	-0,0029	2,725%	0,254	5,318
2009	126	0,0026	2,048%	-0,105	3,353
1996-2009	3343	0,0014	2,819%	-0,012	7,590
Ortalama	248	0,0014	2,664%	-0,026	5,111

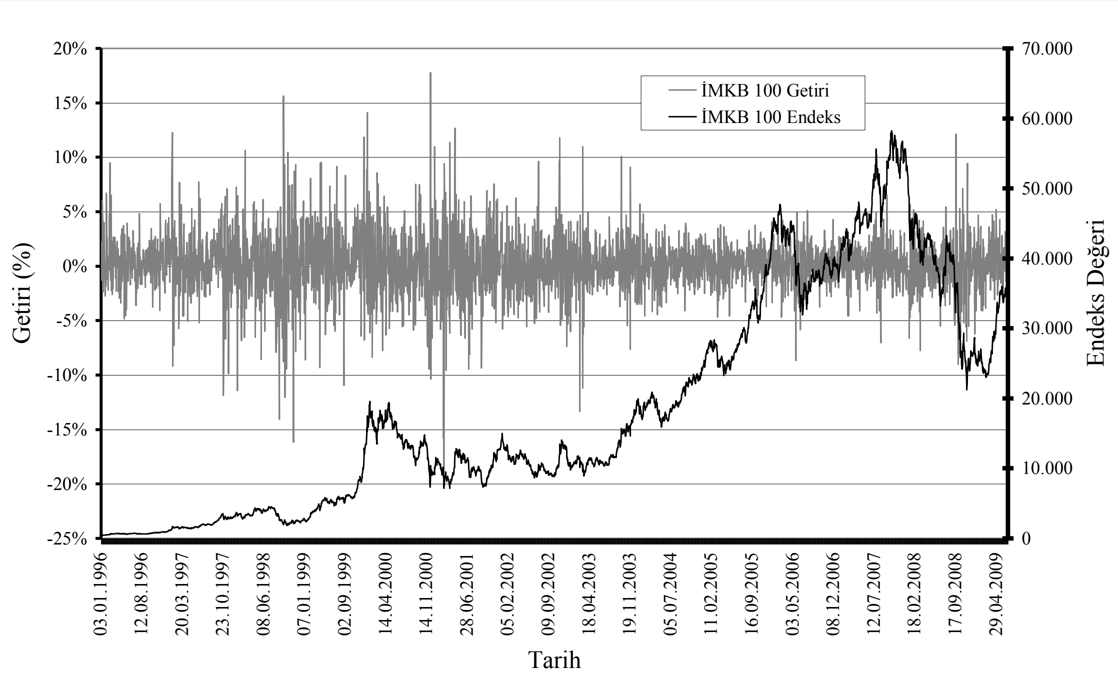
Getirilerin, histogram şeklinde normal dağılım ile karşılaştırılmış grafiği Şekil 1'de verilmiştir. Görüldüğü gibi getirilerin dağılımı normal dağılıma göre daha sivri ve kuyrukları daha kalındır.

Şekil 1: İMKB 100 Endeksinin Histogram Grafiği (1996-2009)

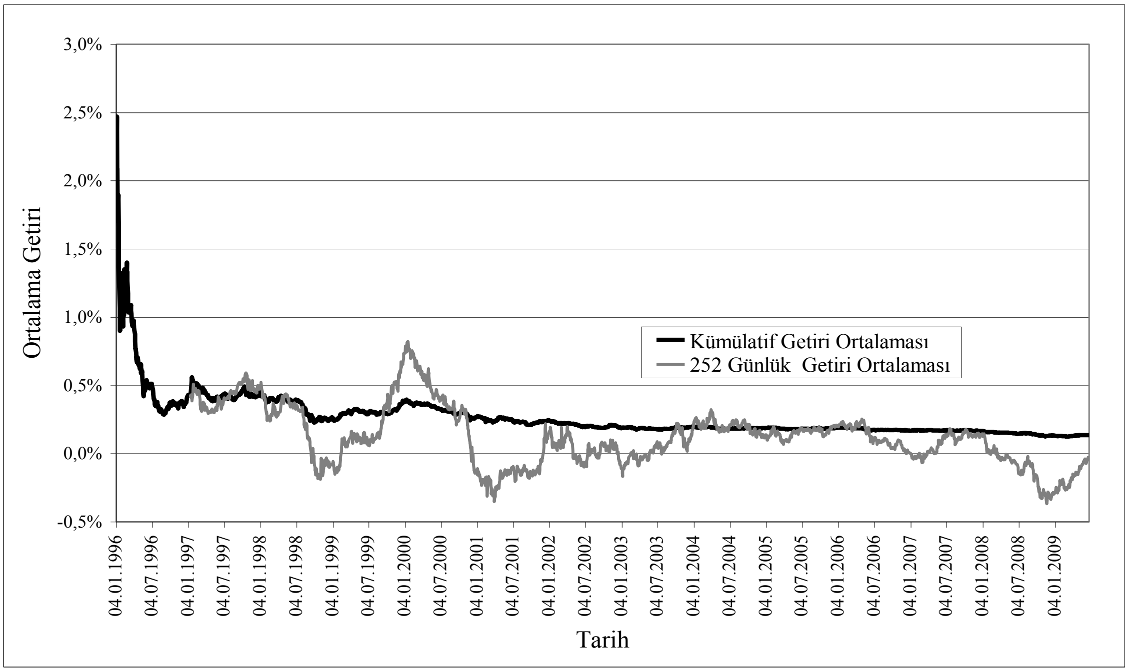


Ayrıca Şekil 1'de getiriler yaklaşık olarak 0 ortalama etrafında dağıldığı görülmektedir. Bu durum Şekil 2'de açıkça görülmektedir.

Şekil 2: İMKB 100 Endeksi ve Getirileri (Ocak 1996-Temmuz 2009)



Şekil 3: İMKB 100 Endeksinin Getirilerin Ortalama Değerleri (1996-2009)



Şekil 3'de görüldüğü gibi yaklaşık 50 günlük gözlem dönemi kullanıldığında getirilerinin ortalaması 0,01'in ve 90 günlük gözlem dönemi kullanıldığında 0,005'in altına düşmektedir. Çalışmada kullanılacak olan 252 günlük gözlem dönemi için, Şekil 3'de de görüldüğü gibi sıfır ortalama kabul edilebilir bir varsayımdır.

4.2. Metodoloji

Çalışmada yıllara göre gruplandırılmış veriler ile farklı gözlem dönemleri kullanılarak volatilite tahmininde bulunulmuştur. GARCH(1,1) modelindeki parametreler tüm gözlem dönemi için tahmin edilerek $\omega = 0{,}0000111$, $\beta = 0{,}8844$ ve $\alpha = 0{,}1062$ elde edilmiştir.

Rastsal yürüyüş modeli ile tahmin edilen standart sapma değeri geçmiş 1 aylık (21 iş günü) günlük getirilerden hesaplanmıştır (getirilerin 0 ortalama varsayımı 21 günlük veride sağlanmadığı için burada kullanılmamıştır).

Gözlem dönemleri 1 yıl olarak 252 gün Basel II kriterlerine uygun bir şekilde seçilmiş ve geriye dönük test uygulaması için 4 farklı dönem saptanmıştır. Dört dönem saptanırken, o dönemlerdeki volatilite seyri göz önünde bulundurulmuştur.

Dört farklı dönemler belirlenirken volatilitedeki seyir için:

- Dönem I'de yüksek volatiliteli bir dönemden yine yüksek volatiliteli bir döneme geçilmesi,
- Dönem II'de yüksek bir volatiliteli dönemden daha düşük volatiliteli bir döneme geçilmesi,
- Dönem III'te düşük volatiliteli bir dönemden yine düşük volatiliteli bir döneme geçilmesi,
- Dönem IV'te düşük volatiliteli bir dönemden daha yüksek volatiliteli bir döneme geçilmesi,

durumu göz önünde bulundurulmuş ve dönemlerin standart sapmaları Tablo 3'te verilmiştir.

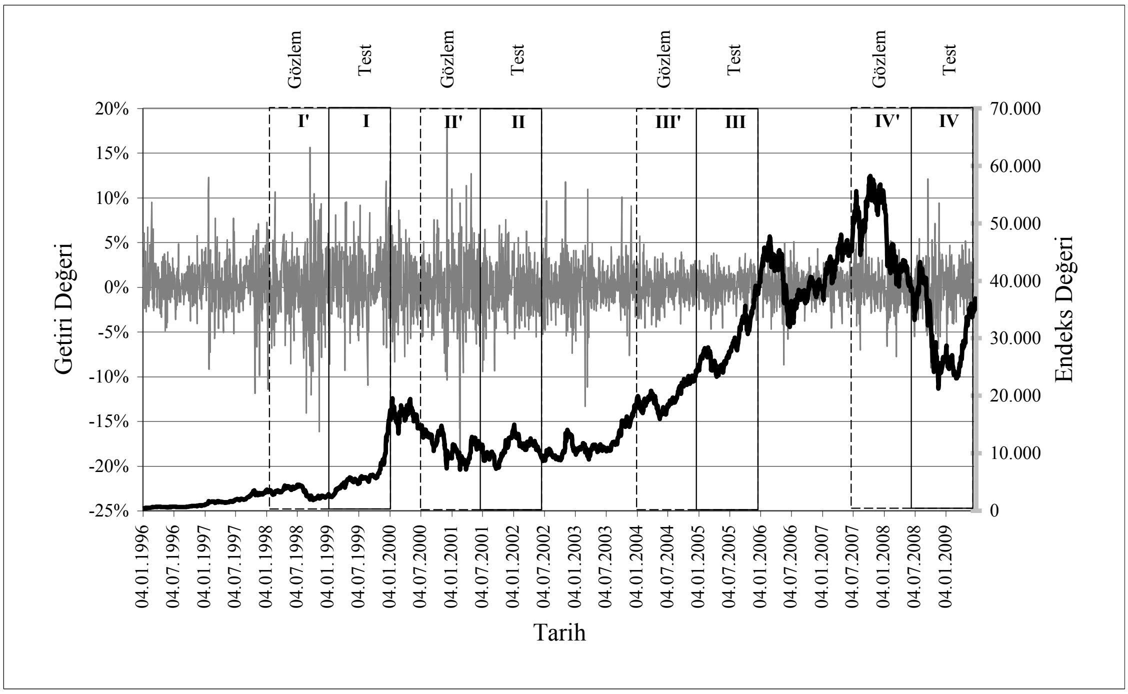
Tablo 3: İMKB100 Getirilerin Gözlem ve Geriye Dönük Test Dönemlerinin Standart Sapmaları

Gözlem Dönemi			
Dönem I'	Dönem II'	Dönem III'	Dönem IV'
4,06%	4,26%	2,57%	2,10%

Geriye Dönük Test Dönemi			
Dönem I	Dönem II	Dönem III	Dönem IV
3,36%	2,86%	1,77%	2,71%

Şekil 4'de görüldüğü gibi gözlem dönemleri olarak I', II', III', ve IV', geriye dönük test uygulamaları için de I, II, III, IV dönemleri belirlenmiştir.

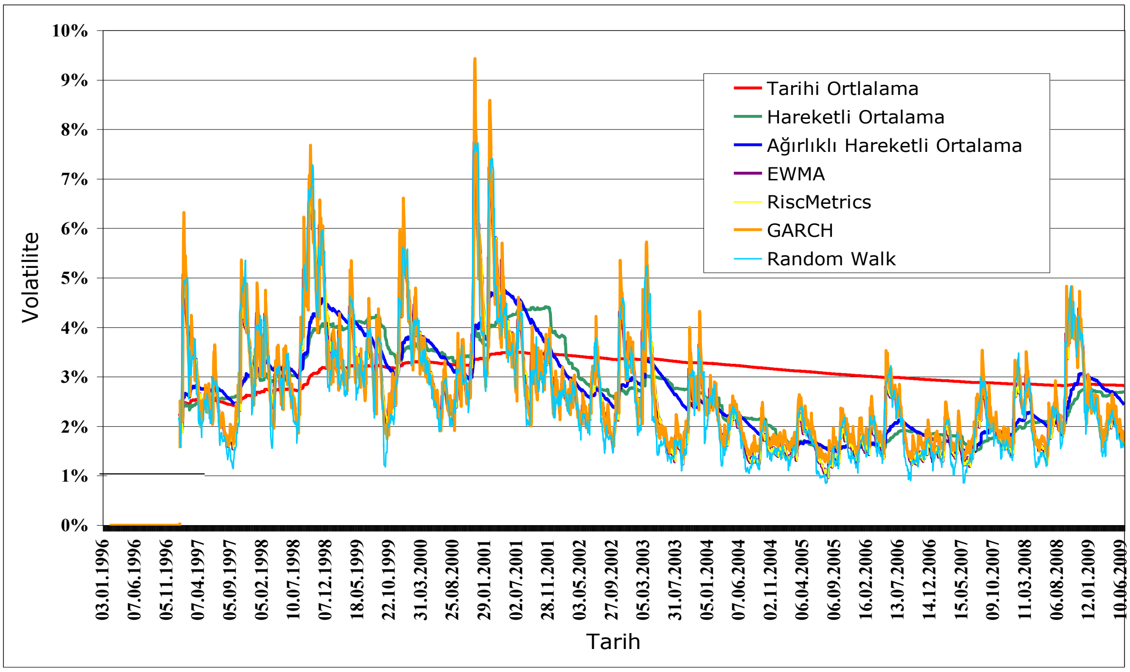
Şekil 4: Farklı Gözlem ve Geriye Dönük Test Dönemleri



4.3. Ampirik Uygulama

Çalışmada ilk olarak İMKB 100 endeksi için 252 günlük gözlem dönemi ve kayan pencere kullanılarak farklı yöntemlere göre tüm veri seti için volatilite tahmin sonuçları hesaplanmış ve sonuçlar Şekil 5'teki grafikte gösterilmiştir.

Şekil 5: Tüm Dönem için Volatilite Tahminleri (1996-2009)



Şekil 5'de görüldüğü gibi RiskMetrics, EWMA ve GARCH(1,1) birbirine yakın sonuçlar vermektedir. Rastsal yürüyüş modeli ise daha önce belirtilen üç modelden biraz daha düşük volatilite tahminlerinde bulunmaktadır. Hareketli ortalama ve ağırlıklı hareketli ortalama ile hesaplanan volatilite ilk olarak açıklanan üç yönteme göre, daha az ve çok daha geç tepki göstermektedir. Ağırlıklı hareketli ortalama yöntemi, hareketli ortalama yöntemine göre volatiliteye daha çok tepki vermesine rağmen ilk üç modele göre çok ağır kalmaktadır. Bu iki modelin sorunları kuşkusuz Basel II kriterlerinden istendiği gibi 252 günlük uzun gözlem dönemin seçilmesinden kaynaklanmaktadır. Tarihi ortalama ile hesaplanan volatilite ise çok dar bir bantta seyretmekte ve oynaklığı yüksek dönemlere sadece yavaş tepki vermektedir.

Çalışmanın ikinci aşamasında, dört dönem için, farklı volatilite tahmin yöntemleri ile hesaplanan RMD rakamları %99 güven seviyesinde geriye dönük test edilmiştir. Geriye dönük test uygulamasında Basel II kriterleri kullanılmıştır. RMD yöntemindeki amaç olası kayıpları tahmin etmek olduğundan, sadece aşağıya yani negatif getirilerdeki sapmalar değerlendirilmiş ve sapma sayıları Tablo 4'de verilmiştir. Hesaplamalarda kullanılan güven seviyesi katsayısı %99 için 2,326347 olarak kullanılmıştır.

Tablo 4: Geriye Dönük Test Sonuçları

	Tarihi Ortalama M1	Hareketli Ortalama M2	Ağırlıklı Hareketli Ortalama M3	Üssel Düzleştirme M4	RiskMetrics veya EWMA M5	Rastsal Yürüyüş M6	GARCH M7
I: Ocak 1999-Aralık 1999	2	1	1	4	4	4	4
II: Temmuz 2000-Temmuz 2001	2	0	0	4	4	6	4
III: Ocak 2004-Aralık 2004	0	0	0	3	3	3	2
IV: Temmuz 2008-Temmuz 2009	12	8	8	4	4	5	4
TOPLAM	16	9	9	15	15	18	14

Tablo 4'de görüldüğü gibi Dönem I'de M2 ve M3 sapma sayılarına göre en iyi performansları, M1 de bunlara yakın bir performans sergilemiştir. M4, M5, M6 ve M7 aynı performanslar sergileyip Basel II yaklaşımı tarafından istenen sınırlar içinde kalmıştır.

Dönem II'de ise M2 ve M3 yine sapma sayılarına göre en iyi, M1 orta; M4, M5 ve M7 daha başarısız sonuçlar vermiş olup yine Basel II yaklaşımı tarafından istenen sınırlar içinde kalmıştır. M6 ise en başarısız sonucu elde edip, Basel II yaklaşımı tarafından istenen sınırı aşmıştır.

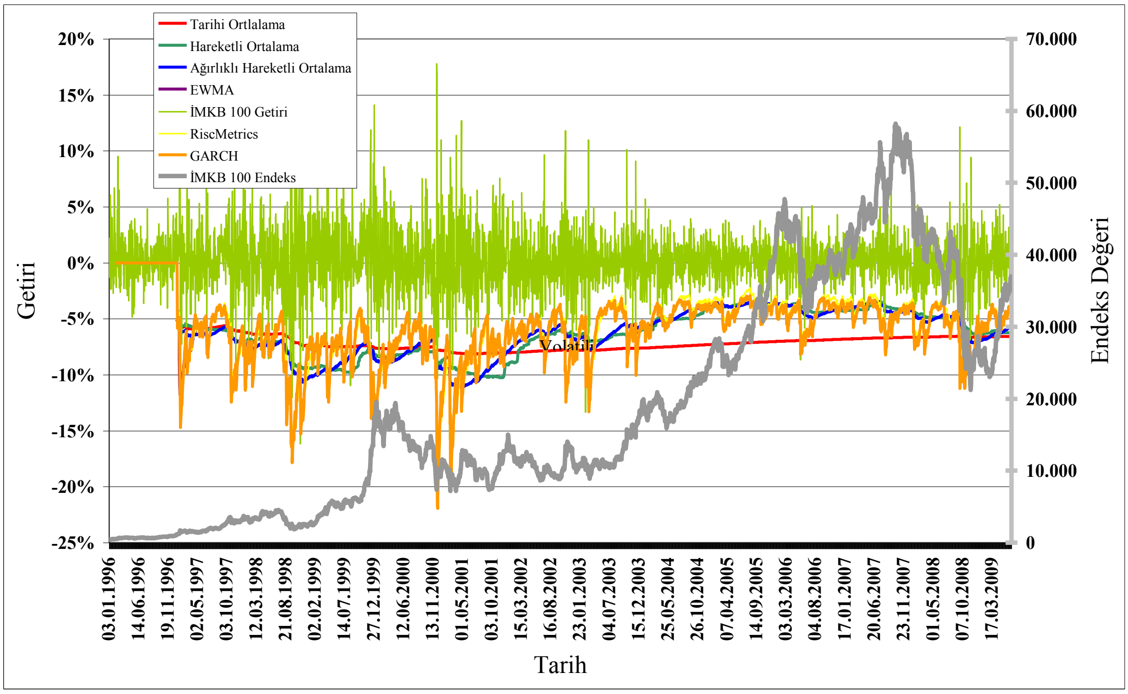
Dönem III'te ise M1, M2 ve M3 hiç sapma göstermemiştir. M4, M5, M6 ve M7 ise Basel II yaklaşımı tarafından istenen sınırlar içinde kalmıştır. Burada düşük volatiliteli bir dönemden yine düşük bir volatiliteli döneme geçildiğinden tüm modeller başarılı bir performans sergilemiştir.

Dönem IV'te M1 en başarısız, M2 ve M3 çok başarısız bir performans sergilemiştir. M4, M5 ve M7 ise 4 sapma ile Basel II yaklaşımı tarafından istenen sınırlar içinde kalmıştır, M6 ise sınırı aşmıştır.

Basel Komitesi sermaye tutma zorunluluğunu hesaplarken RMD'yi göz önünde bulundurmaktadır. RMD modelinin başarısı bu hesaplamayı etkilemektedir. Başarısız bir model daha çok sermaye tutma zorunluluğuna yol açmaktadır (Bolgün ve Akçay, 2003).

Burada geriye dönük testin önemi ortaya çıkmaktadır. Hiçbir banka fazla sermaye bulundurmak istemez, fakat hesaplanan RMD'nin fazla büyük olması fazla sermaye gereksimine yol açmaktadır (Küçüközmen, 1999). Bu sebepten dolayı her banka RMD'yi hesaplarken gerçeğe yakın bir değere ulaşmak istemektedir. Optimum seviyesi ise RMD modelin kayıpları tam olarak yakalamasıdır. Bahsedilen bu durum, Tablo 4'deki sapma sonuçlarının Şekil 6'da gösterildiğinde daha net görülmektedir.

Şekil 6: Geriye Dönük Test Sonuçları %99 Güven Seviyesi (1996-2009)



Şekil 6'da görüldüğü gibi sapma sayıları tek başına modellerin performansı açısından anlamlı bir yargıya varmak için yetmemektedir. Modellerin RMD tahminleri İMKB 100 endeksi için yerine göre birbirilerinin iki katı kadar olmaktadır. Bu durum sadece sapma sayılarını değil gerçekleşen volatilite ile tahmin edilen volatilite arasındaki farkın da göz önünde bulundurulmasının gerekliliğini göstermektedir. Aksi taktirde en yüksek volatilite tahminini veren model en başarılı model olarak algılanabilmektedir.

Özellikle Basel II'ye göre bankaların sermaye yeterlilik oranlarının hesaplanmasında RMD sonuçlarının kullanılmasını önermesi, yüksek bir RMD değerinin yüksek miktarda atıl para tutmak anlamına geleceğini ifade etmektedir. Bankalar ise doğal olarak, az sayıda sapma ve sapma olmayan günlerde ise gerçekleşen kayıplar ile RMD değerinin oldukça yakın olmasını arzu etmektedirler. Bu da Basel II'nin önerdiği 252 günlük gibi uzun bir gözlem dönemi ve %99 güven seviyesi için M4 (Üssel Düzleştirme), M5 (Riscmetrics veya EWMA) ve M7 (GARCH) gibi hızlı tepki verebilen modellerin kullanılmasının sermaye yeterlilik oranı açısından daha anlamlı olacağını düşündürmektedir.

5. Sonuç

Zamanla farklı RMD hesaplama yöntemlerinin geliştirilmesi, hangi yöntemin daha iyi sonuç vereceği sorusunun ortaya atılmasına sebep olmuştur. İstatistiki bir yöntem olan RMD hesaplamalarında, herhangi bir yöntemle hesaplanan RMD, başka bir yöntemle hesaplanan RMD'ye eşit olmamaktadır. Kullanılan yöntemin başarısını sınamak için geriye dönük test (backtesting) uygulaması yapılmaktadır. Geriye dönük test uygulamasında gerçekleşen bir kayıp varsa, hesaplanan RMD ile karşılaştırılmakta ve kayıp RMD'den büyük ise bir sapma kaydedilmektedir. Sadece geriye dönük test uygulama sonuçlarına (sapmalara) bakılarak yöntemlerin performansı hakkında sonuca varmanın yeterli olmayacağı çalışmada gösterilmiştir.

Çalışmada İMKB 100 Endeks getirilerinin volatilitesinin farklı modellerle tahminlenmesi ve RMD'nin Basel II yaklaşımına göre geriye dönük test edilmesi ile ortaya konulan bu durum, ileride yapılacak çalışmalarda sapmaların yanı sıra sapmaların olmadığı günlerde, RMD ile volatilite öngörüsünün farklarının da, modellerin performansı hakkında bir yargıya varmak için, göz önünde bulundurulması gerekliliğini vurgulamaktadır.

İMKB 100 endeksi için özellikle tarihi ortalama, basit hareketli ortalama ve ağırlıklı hareketli ortalama ile hesaplanan volatiliteler RMD hesaplanmasında istenen sonuçları vermemektedir. Çalışmada daha gelişmiş volatilite hesaplama yöntemleri olarak üssel düzleştirme ve üssel ağırlıklandırılmış hareketli ortalama, ayrıca zaman serisi analizine dayanan ve varyansın sabit kalmadığını kabul eden, yani değişen varyansı da hesaba katan GARCH gibi ekonometrik modellerin daha tutarlı olduğu gösterilmiştir.

Özellikle Basel II'nin önerdiği en az 252 günlük gibi uzun bir gözlem dönemi ve %99 güven seviyesi için volatilitedeki değişmelere daha hızlı tepki verebilen modellerinin (EWMA-GARCH) kullanılmasının sermaye yeterlilik oranı hesaplanması açısından daha anlamlı olacağı düşünülmektedir.

Kaynakça

Andres, P. (1998). Von der Black/Scholes-Optionspreisformel zum GARCH-Options-bewertungsmodell. Josef Eul Verlag, Köln.

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht. (1996). Aufsichtliches Rahmenkonzept für Backtesting (Rückvergleriche) bei der Berechnung des Eigenkapitals zur Unterlegeung des Marktrisikos mit Bankeigenen Modellen. Basel,

Best P. (1999). Implementing Value at Risk. John Wiley and Sons Inc., London.

Bolgün, E. & Akçay, B. (2003). Risk Yönetimi. Scala Yayıcılık ve Tanıtım A.Ş., İstanbul.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics. 31(3), 307-327.

Bollerslev, T., Engle, R.F. & Nelson, D.B. (1994). ARCH Models, in Handbook of Econometrics Volume IV. Edited by R.F. Engle and D.L McFadden. Elsevier Science.

Christoffersen, P.F. (2003). Elements of Financial Risk Management. Academic Press, London.

Enders W. (1995). Applied Econometric Time Series., John Wiley and Son, Chiecester.

Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. Econometrica. 50(4), 987-1007 .

Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. Journal of Business. 38(1), 34–105.

Gökgöz E. (2006). Riske Maruz Değer (VaR) ve Portföy Optimizasyonu. Sermaye Piyasa Kurulu Yayını. Ankara.

Hull J.C., (2006). Optionen Futures und andere Derivate, Çev. Hendrik Hoffman, Pearson Studium, 6.Baskı, Münich.

Jacobi, F., (2005). ARCH-Prozesse und ihre Erweiterungen - Eine empirische Untersuchung für Finanzmarktzeitreihen, Working Paper, İnstitut für Statistik und Ökonometrie, Johannes Gutenberg-Universität. http://www.statoek.vwl.uni-mainz.de/Dateien/Arbeitspapier_Nr_31_ARCH-Prozesse_.pdf, (Erişim Tarihi: 20.05.2009).

Küçüközmen, C. (1999). Bankacılıkta Risk Yönetimi ve Sermaye Yeterliliği: Value at Risk Uygulamaları. İktisat, İşletme ve Finans Dergisi. 14(156). http:// gloriamundi.org/ picsresources/valrisk.pdf, (Erişim Tarihi: 05.05.2009).

Mandlbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. The Journal of Business of the University of Chicago. 36, 394-419.

Poon, S.H. & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. Journal of Economic Literature. XLI , 478-539

RiskMetrics, (1996). RiskMetrics-Technical Document. Fourth edition, J.P.Morgan/ Reuters,.

Schmid, F. & Trede M. (2006). Finanzmarktstatistik. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg.

Sevüktekin, M. Nargeleçekenler, M. (2005). Zaman Serileri Analizi. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası, www.tcmb.gov.tr. (Erişim Tarihi: 01.07.2009).

This Page Intentionally Left Blank